

人口學刊
第 45 期，2012 年 12 月，頁 121-154
Journal of Population Studies
No. 45, December 2012, pp. 121-154

小區域死亡率推估之研究

王信忠* 金碩** 余清祥***

-
- * 真理大學統計與精算學系助理教授，通訊作者
E-mail: au4369@mail.au.edu.tw
- ** 國立政治大學統計學系碩士
E-mail: 98354025@nccu.edu.tw
- *** 國立政治大學統計學系教授
E-mail: csyue@nccu.edu.tw

收稿日期：2011.12.12；接受刊登：2012.05.15

摘要

臺灣人口結構漸趨老化，由於老年人使用較多醫療等社會資源，人口老化勢必牽動政府政策與資源分配，然而臺灣各縣市的人口老化速度不一（陳政勳、余清祥 2010），因此有必要針對各地方特性發展適當的小區域人口推估方法。小區域推估面臨的問題可歸納為四個方向：「資料品質」、「地區人數」、「資料年數」與「推估年數」，資料品質有賴資料庫與制度的建立，而後三者則與過去資料與推估未來的變異程度有關。本文考量在上述後三個問題的影響下，探討修勻（graduation）相關方法是否可提高小區域死亡率推估的穩定性。

本文使用屬於隨機推估的區塊拔靴法（block bootstrap），以電腦模擬評估推估結果，因為小區域人口數較少，本文也使用Whittaker及標準死亡比（standard mortality ratio）等修勻方法，降低因為地區人數較少引起的震盪。另外，小區域推估通常可用的資料時間較短，未來推估結果的震盪也較大，本文針對需要過去幾年資料，以及未來可推估年數等兩項因素進行研究，希冀結果可提供臺灣各地方政府的推估參考。除了電腦模擬外，本文也以實證分析檢驗修勻的成效，將修勻套用至臺南縣、臺東縣等縣市層級的死亡率。研究發現，修勻方法可降低小區域死亡率推估的震盪，如有過去十五年資料可獲得較可信的推估結果，而未來推估年數盡量不超過二十年；相對而言，與人口數比較，小區域與大區域的死亡率差異對修勻的影響較為有限。

關鍵詞：小區域死亡率推估、人口老化、修勻、標準死亡比、電腦模擬

壹、前言

全球各先進國家的政策都會參考未來的人口特性（例如：人口總數、人口結構）來制定，人口推估有助於及早洞悉可能發生的人口問題，防患於未然。各國政府現行的人口推估多為全國性的大區域範圍，鮮少有小區域的推估，然而當小區域內部地理、社會或經濟等因素的異質性偏高時，則有必要個別對小區域人口進行推估。

小區域的推估若只考慮總人口數，簡單的線性外推、指數外推就有不錯的效果，Cohen（1986）的研究中以簡單的指數外推就可以達到複雜人口模型的效果，Smith（1987）、Smith and Sincich（1990）也以簡單的線性、指數外推或加入大區域成長率的平移（shift）來推估總人口數。但如果小區域的人口結構與大區域不完全一致，或是有不同的變化速度、幅度時，簡單的人口外推就無法滿足推估需求。Cannan（1895）提出的年輪組成推估法（cohort component method）可對人口結構做合理的解釋，主要是先決定人口三要素：出生、死亡與遷移，再推算男女兩性各年齡組的人口數，本文主要研究如何讓年輪組成推估法在小區域中仍可適用。

人口三要素的數值過去多依賴專家意見，近年來臺灣及歐洲國家研發新的推估方法，例如具有機率意義的隨機方法、藉助電腦及過去趨勢的模擬推估等，本文也以研究隨機推估為主。然而小區域機率人口推估遭遇的困難更多，包括因資料變異導致推估結果的震盪，以臺北市、大安區與南港區五齡組死亡率為例，由1990-2009年的歷史資料推估2010-2019年，使用屬於電腦模擬的區塊拔靴法（block bootstrap）、區塊長度5，計算零歲平均餘命預測值與95%預測區間（prediction interval），結果如圖1。臺北市總人數較多（約260萬人），推估的變異較小，呈現較窄的預測區間；大安區總人數較少（約30萬人），預測區間較寬；南港區只有約10萬人，推估變異大，

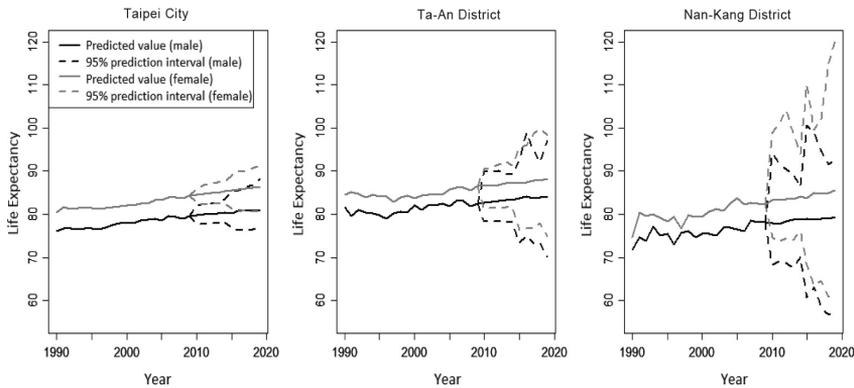


圖1 臺北市、大安區與南港區零歲平均餘命推計

預測區間最寬、且震盪幅度大，約為臺北市平均壽命預測區間的五倍寬，接近人數倍數的開根號值。換言之，如果以推估全臺北市人口的方法套用至大安區、南港區等小區域，產生的資料震盪有可能太大。

在小區域中由於人數較小，且早年缺少完善的資料收集方法，導致資料量不足，這種情況下許多原本適用於全國等大區域的方法發生問題。Smith (1987) 研究小區域總人口的推估，發現地區人數 (population size)、基底年數 (base period)、推估年數 (projection horizon) 三者與推估誤差之間存在相關性，本文也將小區域推估面臨的問題歸納為這三個方向：地區人數較少、推估誤差相對較大，這也類似統計中「變異數與樣本數成反比」的觀念，小區域總人數已然較少，再分成男女兩性、不同年齡組後推估更顯困難；資料年數舉足輕重，而在機率推估中更是如此，Smith and Sincich (1990) 發現增加基底年數由5年增至10年、10年增至20年，都可大幅降低推估誤差，但增加至20年以上的基底年數效果較不明顯；推估年數也不宜過長，在機率推估中，假設未來的變動趨勢與過去相同，但小區域人口數較少，較容易有大幅度的變動，因此機率推估得出的小區域的推估誤差也比較大 (Smith 1987)。

小區域推估面臨的一個大問題為資料震盪，因為人口數較少產生的不穩定，以機率推估的角度來看，資料的震盪程度與人口數成反比，這個問題在十九世紀中期以來就有不少因應的對策，較為大家熟知的方法為調整推估結果，避免產生不合理的結果，這個做法也就是修勻（*graduation*）。因為資料的限制，本文主要以死亡率為例探討修勻與區塊拔靴法結合的成效，而其精神也可推廣至生育和遷移。小區域受限於人數，能提供的資料與訊息較少，修勻將以加入母體相關資訊以提高穩定度為原則，本文嘗試將流行病學中常用的標準死亡比（*Standard Mortality Ratio, SMR*）加入修勻，並與傳統上用於修勻單一資料的Whittaker法比較。

貳、文獻探討與研究方法

本文使用修勻方法改進小區域人口推估，分成兩部分說明：第一部分介紹具機率意涵的區塊拔靴法；第二部分介紹可與區塊拔靴法結合的修勻方法，除了傳統做法外，也探討與提出一些可能適用於小區域的方法。

一、文獻探討與區塊拔靴法

人口推估的發展行之有年，早年使用線性外推、指數外推等數學模式預測總人口數，若需要人口結構的推估，年輪組成推估法是一個常用且合乎邏輯的方法，小區域的人口推估若只考慮總人口數，指數外推即有不錯的效果（Cohen 1986; Smith 1987），但若是探討人口結構，需要再依性別、年齡細分，則需要加入適當的修正方法，嚴格來說，結合隨機推估、年輪組成推估法可視為廣義的外推。

早年人口推估多仰賴專家意見，但較缺乏機率與統計意涵，例如設定不同情境的低、中、高推計，雖然是根據專業意見對未來做假設，但卻無法轉化成機率概念，也無法以同一基準做衡量；近年來人

口推估逐漸傾向機率推估，機率人口推估方法大致可分為三類：隨機推估法（stochastic forecast method）、模擬情境法（random scenario method）、推估誤差法（ex post method），郭孟坤、余清祥（2008）整理這些方法，並測試出隨機推估的區塊拔靴法（block bootstrap）有不錯的效果。

區塊拔靴法為拔靴法（bootstrap）的延伸應用，拔靴法最早由Efron（1979）提出，藉由對已知的觀察值重複抽樣來模擬母體分配，區塊拔靴法最早則由Hall（1985）提出，於Künsch（1989）的論文中較完整的討論。傳統拔靴法如果應用在具時間先後順序的資料，可能因為隨機抽取，改變了原始資料的時間順序，區塊拔靴法以「區塊」（或時段）為抽樣單位，每次抽取某時段之後的連續幾筆資料，可解除傳統拔靴法只能用於獨立資料的限制，應用於具相依性（亦即具有時間先後順序）的資料。Denton et al.（2005）將區塊拔靴法應用在人口統計上，其研究中以此法推估加拿大的平均餘命。由於區塊拔靴法屬於無母數的方法，使用上不需對母體分配做假設，概念上為根據資料過去所有可能的變動去推估未來。陳政勳、余清祥（2010）將區塊拔靴法應用於縣市層級的小區域人口推估，在臺北市與雲嘉兩縣的人口推估結果尚稱不錯，但總人口數較少的澎湖縣則因為受限於資料而影響推估結果。區塊抽取的權重常見的有均勻（uniform）分配與線性權重（linear weighted），前者表示過去各區塊發生的機率均等，後者認為距離現在越近的區塊發生機率越大，由於區塊拔靴法一次抽取多年的變動幅度，也保留了資料間的相關性。

區塊拔靴法應用在人口推估上，其精神在於抽取過去人口要素之變動做為未來的變動，通常時間越近的區塊發生機率越大，因此採用線性權重較為恰當。在執行區塊抽取時，通常利用電腦模擬抽取多次區塊，取得多個估計值後，以中位數、97.5與2.5百分位數建構預測值與95%預測區間，區塊抽取時會同時抽取所有年齡的變動，如此可保留各年齡間的相關性。值得一提的是，出生、死亡這類人口要素，都

蘊含比率的意義，兩兩變動幅度較小，因此模擬時取其「變動率」做為未來變化的依據，遷移這類數值的要素則以「變動量」做為考量。

區塊拔靴法為保留資料間的時間相關性，必須考量如何分割資料以及如何選取區塊長度。以推估未來死亡率為例，假設 $Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_n]^T$ 為最近 n 年的死亡率資料，我們的目標在於獲得未來第 $n + 1$ 年至第 $n + b$ 年的死亡率，推估的第一步先求出各年度的死亡率差異，或是計算死亡率變動率矩陣：

$$\begin{aligned} \Delta \log Y &= [\log Y_2 - \log Y_1, \log Y_3 - \log Y_2, \dots, \log Y_n - \log Y_{n-1}]^T \\ &= \left[\log \left(\frac{Y_2}{Y_1} \right), \log \left(\frac{Y_3}{Y_2} \right), \dots, \log \left(\frac{Y_n}{Y_{n-1}} \right) \right]^T \quad \dots (1) \end{aligned}$$

共有 $n - 1$ 個死亡變動率。令抽取區塊長度為 b ，則共有 $n - b$ 個區塊可抽取，按照線性權重抽取區塊後，將最後一年取對數後的死亡率依序加上抽取的變動率區塊，即為區塊拔靴法的推估值，重複抽取步驟多次後即可建構預測值與預測區間。

二、修勻方法

修勻或稱平滑化（smoothing）、插補，其定義是資料的修整步驟，當資料不規則或資料特性違反過去的經驗時，即符合修勻的要求，以生命表的編算為例，死亡率與存活率依照經驗應為隨年齡增減、連續可微分的平滑曲線，內政部及保險公司在編算生命表時，多半會經過這道手續，以確保資料的結果合乎常理（余清祥 1997）。在調整推估結果時，一般考慮適度性（fit）及平滑性（smoothness）：有良好適度性可以保存資料原有的特性；有良好平滑性可以減少震盪。然而這兩者本身卻互相衝突，尤其當樣本數較少時，提高適度性通常會犧牲平滑性；反之，愈平滑也會加大修勻值和原始值的距離。在這兩者間取得最佳的平衡往往是修勻最重要的考量。

修勻發展最早從簡單的平均移動法 (moving average)，到根據資料可靠度加權的Whittaker、核 (kernel) 修勻 (Copas and Haberman 1983; Ramlau-Hansen 1983)，近來為了修勻資料較缺乏的小區域，與其他母體比較的方法如Bayesian、Partial SMR等越來越受到重視，本文的修勻方法與模型比較主要會以這類為主。

傳統加權平均的修勻法如Whittaker修勻，最初由Whittaker (1922) 首創，Henderson (1924, 1925) 改良，因此也稱為Whittaker-Henderson修勻法。Whittaker修勻法同時考慮適度性與平滑性：

$$M = F + hS = \sum_{x=1}^n w_x (v_x - u_x)^2 + h \sum_{x=1}^{n-z} (\Delta^z v_x)^2 \dots\dots\dots (2)$$

其中F即為適度性，S為平滑性， u_x 為x歲的死亡率， v_x 為調整後x歲的死亡率， w_x 為x歲的權數（一般定為x歲的人口數），h及Z為選定的參數， Δ^z 為第Z次的差分 (difference)，選擇讓 (2) 式最小化的 v_x 即為Whittaker修勻值。

然而小區域資料訊息較少，較適合加入其他母體訊息來幫助修正觀察資料，以下介紹兩種修勻方法，皆使用到標準死亡比 (Standard Mortality Ratio, SMR)，SMR是流行病學中常使用的比較標準，其定義為：

$$SMR = \frac{\sum_x d_x}{\sum_x e_x} \dots\dots\dots (3)$$

其中 d_x 為x歲觀察死亡數， e_x 為x歲期望死亡數。SMR就是觀察死亡總數與期望死亡總數的比值，當SMR等於1.0的時候表示兩者相同，當SMR大於 (小於) 1.0的時候，表示觀察死亡總數較期望死亡總數多 (少)。令小區域x歲死亡人數為 d_x ，當預期小區域死亡率可以參考大區域死亡率時，可將 (3) 式改寫為：

$$SMR = \frac{\sum_x d_x}{\sum_x n_x \cdot u_x^*} \dots\dots\dots (4)$$

其中 n_x 為小區域 x 歲人口數， u_x^* 為大區域 x 歲死亡率。當小區域死亡率在年齡間的變動與大區域相近時，SMR會是一個可靠的參考數值。

Lee (2003) 考慮小區域與大區域間的死亡率比值，再加上SMR，提出Partial SMR的方法修勻小區域死亡率，令調整過的死亡率為：

$$v_x = u_x^* \times \exp\left(\frac{d_x \times \hat{h}^2 \times \log(d_x / e_x) + (1 - d_x / \sum d_x) \times \log(SMR)}{d_x \times \hat{h}^2 + (1 - d_x / \sum d_x)}\right) \dots\dots (5)$$

在修勻小區域死亡率之前，先選擇一個死亡率與小區域有相似性質的大區域，而 x 歲的修勻值 v_x 是在 x 歲的死亡率比值與SMR之間取得加權幾何平均所得之數值，式中的 \hat{h}^2 是異質性參數 h^2 的估計值，是在一些假設之下使誤差最小的估計值，詳細推導過程可參考Lee (2003)。

$$\hat{h}^2 = \max\left(\frac{\sum((d_x - e_x \times SMR)^2 - \sum d_x)}{SMR^2 \times \sum e_x^2}, 0\right) \dots\dots\dots (6)$$

\hat{h}^2 越大表示小區域與大區域死亡率存在越大的異質性 (heterogeneity)。當死亡數越少時修勻值參考大區域死亡率的比例越高，死亡數為0的時候修勻值會完全參考大區域，也就是 $SMR \times u_x^*$ ，可以看做大區域死亡率的平移。

Partial SMR修勻參考SMR的訊息較多，當SMR是一個可靠的參考標準時這沒有什麼問題，而當各年齡死亡率比值變化較大時，SMR就不再那麼可信，參考的比例不宜過多。因此本文嘗試對死亡率比值做Whittaker修勻，並且在修勻前將死亡率比值異常的點以SMR取代，令 x 歲死亡率比值 $r_x = u / u_x^*$ ，異常點的取代採取以下標準：若

「 $r_x = 0$ 或 $r_x > 2 \times \text{SMR}$ 」則該年齡的死亡率比值以SMR取代，這麼做不只參考了SMR的訊息，因為加入Whittaker修勻，更考慮了死亡率在年齡間的變化，因為此法主要修勻死亡率比值，因此稱為Whittaker Ratio法。Hyndman et al. (2011) 考慮 r_x ，除此之外，也考慮兩區域間的死亡率乘積 $p_x = u_x \times u_x^*$ ，並結合泛涵時間序列模型（functional time series models）推估死亡率，這種方法稱為Product-Ratio法，本文提出的Whittaker Ratio，與區塊拔靴法結合後有些類似Product-Ratio法，但本文提出的方法不需要模型假設，且較容易應用到生育和遷移的推估。

三、資料來源與研究方法的評斷標準

關於選擇小區域死亡率推估與修勻的結合，本文以臺北市與信義區的人口資料為基礎，探討小區域的相關問題；而在「地區人數」、「資料年數」與「推估年數」的探討，由於需要較多年的資料，將根據全臺灣地區的人口，等比例壓縮人口數至縣市、行政區層級，以符合小區域的特性；最後也使用臺灣各縣市的資料進行實證分析來驗證理論結果。

資料格式均為五齡組，來源為內政部戶政司及內政部統計處所公布的資料。全臺灣自1950至2009年共60年資料；區分為各縣市的資料記錄年份較全臺灣少，自1979至2009年共31年資料；臺北市在1990年經歷行政區的調整，由原先的16區重劃為現在的12區，自1990至2009年只有20年的資料。資料皆分成男女兩性，最高年齡組使用至80-84歲，更高的年齡組人數較少且變動較大，可能需要額外處理，在研究中忽略不計。高齡人口數不足的部分依有資料年份的平均比率推算，高齡死亡率不足的部分以Gompertz模型估計。Gompertz (1825) 假設 x 歲死力滿足 $\mu_x = BC^x$ ，其中參數 $B > 0$ 及 $C > 1$ ，Gompertz模型的參數估計方法採用加權最小平方法（Weighted Least Square, WLS），相關討論可參考Yue (2002)。

方法優劣的比較採用資料採礦 (data mining) 中常使用的估計—測試 (training-testing) 方法，將資料分為兩段，以較早的資料 (in-sample) 進行推估，再與較晚的資料 (out-sample) 做比較，根據推估值與實際值的差異計算誤差，誤差的衡量方法採用MAPE (Mean Absolute Percentage Error)，以數學式表示如下：

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right| \times 100\% \dots\dots\dots (7)$$

其中Y為實際值、 \hat{Y} 為推估值。根據Lewis (1982) 依MAPE的預測能力分級，以20%為良好、50%為合理的預測界線。

參、實證模擬

本節根據前述之研究方法，討論如何將修勻與推估結合，再研究小區域面臨的三個問題：「地區人數」、「資料年數」與「推估年數」。由於影響人口總數及其結構計有生育、死亡、遷移三個因素，其中影響生育因素較為複雜，國際間多以專家意見決定未來趨勢，不適宜只以機率方法推估，而遷移資料數量及品質較為不足，為簡化討論，本文僅以死亡率為例，探討修勻是否可提高小區域推估的穩定。

一、修勻與推估

修勻可使原先跳動不規則的死亡率符合過去經驗，像是死亡率隨年齡上升且變化平緩 (連續、可微分)，對小區域來說，修勻也是為了避免推估時產生不規則的震盪，但結合修勻及區塊拔靴法進行推估時是否仍有縮減誤差的效果，則是這部分想要研究的。而修勻與推估的結合，應該先修勻歷史資料、再推估未來，抑或是先由歷史資料推估未來、再修勻推估結果，方法的先後順序可能會有所影響，暫且不論推估精確度的優劣，若修勻函數為 $f(Y)$ 、區塊抽取函數為 $g(Y)$ ，Y

為各年度的原始資料矩陣（以死亡率為例），則先對資料修勻再推估為 $g(\Delta \log f(Y))$ 、先推估再修勻為 $f(g(\Delta \log Y))$ ，由於區塊抽取 g 的動作需要重複多次，若先推估再修勻則需重複多次修勻 f ，在電腦處理上需要更多的時間。

Lee and Carter (1992) 提出的死亡率在各國廣為使用，可以合理解釋的死亡率的發展與變化，本文假設臺北市1990-2009年的Lee-Carter模型為理論值進行研究，信義區同年男性死亡率與臺北市死亡率的比值為 s_x ，有以下七種可能的情境及其代表的意義（見圖2）：

- (一) $s_x = 0.8$ ，表示信義區各年齡的死亡率皆為全臺北市的80%，當小區域公共設施與醫療機構等皆較普及與進步時，可能發生類似情境。
- (二) $s_x = 1.0$ ，表示信義區各年齡的死亡率與全臺北市相同。
- (三) $s_x = 1.2$ ，表示信義區各年齡的死亡率皆為全臺北市的120%，當小區域公共設施與醫療機構等較臺北市差的時候，可能發生類似情境。
- (四) s_x 隨年齡直線遞增，表示信義區高齡人口死亡率較高，較容易發生在老年人照護制度不完善的小區域。

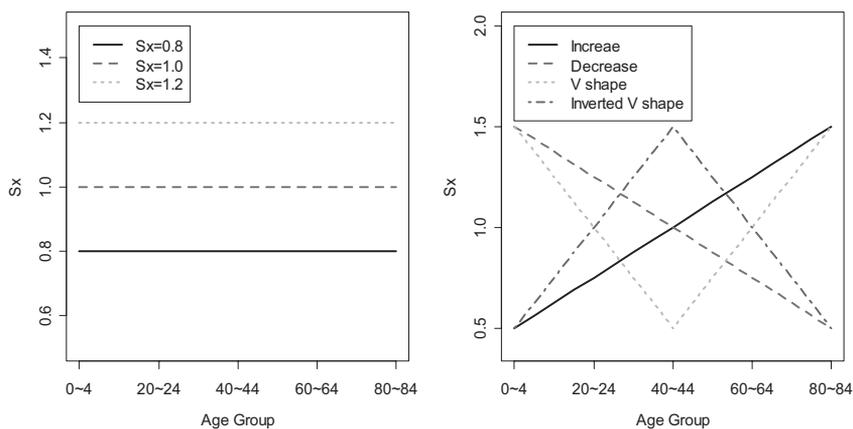


圖2 死亡率比值 s_x 的七種情境

- (五) s_x 隨年齡直線遞減，表示信義區的低齡人口死亡率較高，當小區域存在威脅低齡人口的因子時可能發生，例如小區域曾發生使胎兒生存率下降的事件。
- (六) s_x 先下降再上升（V型），表示信義區中間年齡層死亡率較低，當小區域意外死亡率較低時，可能發生類似情境。
- (七) s_x 先上升再下降（倒V型），表示信義區中間年齡層死亡率較高，當小區域意外死亡率較高時，可能發生類似情境。

令死亡人數服從二項分配，以1990-2004年的資料進行估計，再預測2005-2009年死亡率，因為最後五年實際死亡率已知，可以計算出「推估」的誤差程度，即可進行估計—測試電腦模擬，模擬共執行1,000次，而每次模擬中區塊拔靴法也抽取1,000次區塊進行推估。

表1為各種情境下的平均誤差，幾乎所有加入修勻的結果都優於不修勻，表示修勻對誤差縮減確實有幫助，如果選擇合適的修勻，可以大幅縮減死亡率的震盪。當信義區死亡率與全臺北市類似時（前三種情境），SMR是一個相當可靠的參考標準，因此Partial SMR會有最好的結果。但當信義區的各年齡死亡率與臺北市不完全相同時（後四種情境），以SMR進行的調整適得其反，例如Partial SMR在遞增情境時幼齡死亡人數較少，參考過多SMR訊息導致誤差過高，此時採用Whittaker Ratio較佳。因為修勻的效果與死亡率的特性有關，建

表1 推估誤差（七種情境模擬）

		80%	100%	120%	遞增	遞減	V型	倒V型
不修勻，直接推估		44.0	41.1	36.6	39.4	36.3	39.4	36.2
修勻 ↓ 推估	Partial SMR	16.9	16.8	16.3	37.5	30.0	27.5	22.9
	Whittaker Ratio	24.2	23.2	21.9	28.8	27.7	23.6	24.4
推估 ↓ 修勻	Partial SMR	16.1	15.7	15.1	36.0	30.1	28.1	23.6
	Whittaker Ratio	21.1	20.2	20.1	24.6	28.5	22.7	23.3

註：1. 加灰底部分，為所有方法中MAPE最小者。

2. 單位：MAPE（%）。

議在使用修勻方法之前，可以先以探索性資料分析（Exploratory Data Analysis, EDA）檢查大區域及小區域間的差異，如果各年齡間的差異類似，建議採用Partial SMR；如果幼齡組、高齡組等的變化不一致，可考慮使用Whittaker Ratio。

而修勻與推估順序的比較，對大部分的情境來說推估後再進行修勻較佳，然而先後順序對誤差的影響並不會很大，若考慮電腦處理效率的問題，先對資料修勻再以區塊拔靴法進行推估會是比較簡單的做法，效果也和較複雜的先推估再修勻相若。

二、地區人數、基底年數與推估年數

上一節的討論大致確定了小區域死亡率推估的方法，這個部分針對小區域面臨的三大問題「地區人數」、「資料數量」和「推估年數」進行探討。討論這三個影響因子之前，有一個區塊拔靴法的問題需要研究：使用區塊拔靴法進行推估時，除了加權數外另一個重要考量因素為區塊長度，而歷史資料的數量直接影響所能選取的區塊長度，且不同地區人數所需要的區塊長度是否不同，在此一併討論。由於需要較長的資料進行電腦模擬，這部分選用臺灣的人口資料，假設臺灣1950-2009年男性的Lee-Carter死亡率模型為真，以1950-1979年共30年資料進行估計，1980-2009年共30年資料做為測試，假設壓縮開始推估的基年人口（jump-off population）至150萬人做為大區域。因為上述推估結果大致可分為兩類，為求精簡，接下來的模擬假設小區域滿足以下兩種類型：

- （一） $s_x = 1.0$ ：從大區域直接抽取10萬、50萬人做為小區域，可視為 $s_x = 1.0$ 的情境；
- （二） s_x 隨年齡直線遞增：調整大區域死亡率後再從中抽取10萬、50萬人做為小區域（大區域的模擬資料還是以調整前為準），以此步驟生成的模擬資料做為 s_x 隨年齡直線遞增的情境；

在前述的模擬中，這兩種情境下Partial SMR和Whittaker Ratio的差距最大，因此分別對這兩種情境進行1,000次電腦模擬，可視為兩種極端情境，測試區塊長度對推估誤差的影響。其中10萬人可視為臺北市12行政區單一性別人數、150萬人為全臺北市。

圖3為不加入修勻、僅使用區塊拔靴法的測試誤差，區塊長度與地區人數之間互有關聯，當人數越少時，所需要的區塊就越長，區塊達到一定長度後，再增加對誤差減少的幫助也不大。10萬人的小區域，區塊長度需達到15或更長才能有相對較小的誤差，但誤差仍超過40%；若是50萬人的小區域，則區塊長度10至15即可，誤差在20%至30%之間。

使用修勻與區塊拔靴法進行推估，與原始推估誤差的比值如圖4，修勻使推估不再需要較長的區塊，也就是說透過修勻，所需的基底年數可以較少，修勻改善了小區域因資料年數不足所面臨的問題，修勻後小區域推估使用10以上的區塊長度能有相對較小的誤差。而人

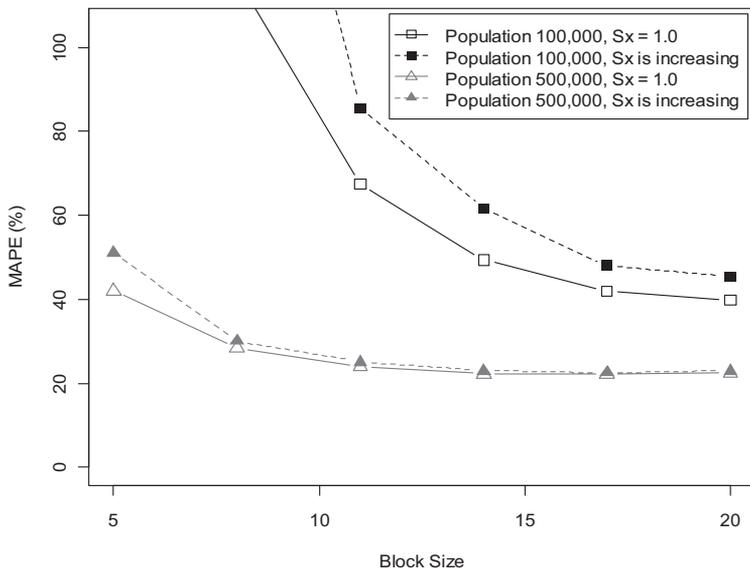


圖3 不加修勻之推估：不同區塊長度的比較（MAPE）

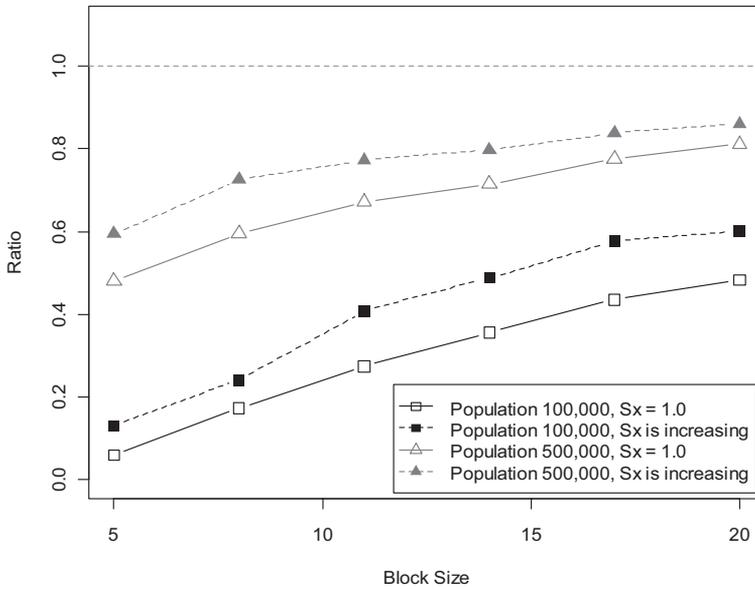


圖4 加入修勻與原始推估誤差的MAPE比值

數越小的小區域越能顯現出修勻的效果，在區塊長度足夠之下，10萬人小區域誤差約能縮減至原本的2至4成，50萬人小區域只縮減至6至8成。

區塊拔靴法還有一個潛在的問題，即區塊長度會使誤差隨著推估年數有週期性的波動，此現象也會反應在預測區間之上，這是由於區塊與區塊間的連結較缺乏關聯性所致，本文提出令區塊長度為隨機變數來解決這個問題，若區塊長度（以符號 B 代表）服從離散均勻分布（discrete uniform distribution）：

$$B \sim \text{Discrete Uniform}[b \pm a] \dots\dots\dots (8)$$

即 B 是期望值為 b 的隨機變數。由圖5來看， b 選擇10至15是不錯的選擇，測試不同的參數 a 對推估誤差的影響。這個部分 $s_x = 1.0$ 與遞增的情況差不多，因此僅以 $s_x = 1.0$ 情境為例。圖5為測試不修勻、50萬人小區域的結果，實線部分為固定區塊長度 b 、虛線為區塊長度 B 服從

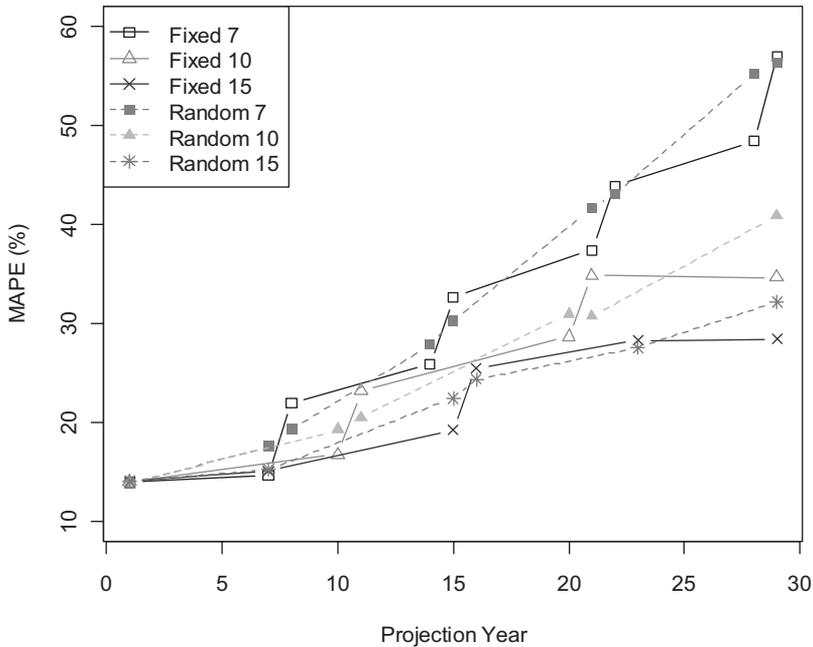


圖5 固定與隨機區塊長度推估值MAPE比較（以 $s_x = 1.0$ 情境為例）

隨機分配，在 b 夠大的情況下，隨機化的區塊長度可以修正誤差週期性波動的問題，誤差會呈現較平滑且逐漸上升的情況，然而應該要避免抽取到過小的區塊，如 $b = 7$ 、 $a = 2$ 的狀況（方形圖示），雖然週期性的波動有消除，但平均而言是會提高誤差的，若要使用隨機化區塊，仍建議不要抽取到長度10以下的區塊。

資料年數會影響到能選取的區塊長度，因此越短的資料只能選擇越短的區塊，推估誤差也會因此上升，例如以下根據不同基底所選擇的區塊長度：基底5年，區塊長度3；基底10年，區塊長度7；基底15年，區塊長度10；基底20年，區塊長度15；基底25與30年，資料夠長，令區塊隨機化服從離散均勻分布[10, 20]。根據以上設定進行電腦模擬，圖6為未經修勻的模擬結果，從中可觀察到兩點：第一，地區人數越少，所需要的基底年數就越多；第二，當基底年數達到一定數量後，持續增加對推估的準確度助益不大，也就是說太久遠的經驗

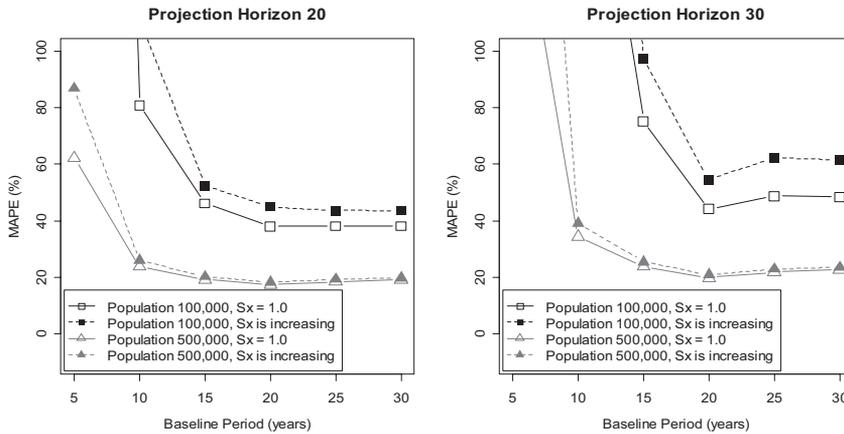


圖6 未經修勻之不同基底年數MAPE比較

對未來的影響已達可以忽略的程度。從圖形中隨著基底年數增加但推估誤差卻不再明顯下降的那些分界點可大概瞭解該區域所需的資料數量：50萬人的區域大約需要15年資料；而人數較少的10萬人的區域，則需要20年的資料。這個結果與Smith and Sincich (1990) 的人口推估研究相似，該篇文章中有類似的結論：基底年數的增加對推估有幫助，但達到一定數量後的幫助不大。

修勻後的誤差縮減程度如圖7，當基底年數只有5年、10年時誤差縮減會相當大，增加基底仍是較佳的選擇（比較圖6和圖7的斜率絕對值），當基底年數有15至20年時，10萬人小區域推估誤差約可縮減至2到4成，50萬人小區域也是縮減至6到7成。綜合各種人口數、死亡率比值情境來看，基底年數由5年增加為10年、或10年增加至15年，皆可大幅縮減誤差，因此建議小區域死亡率推估，資料年數至少要有15年以上。

決定資料年數的底限過後，再繼續討論推估年數的上限，使用25年基底，符合至少15年的限制，由於資料足夠，令區塊長度服從離散均勻分布[10, 20]來消除誤差的週期性波動。圖8為不經過修勻時推估年數與誤差的關係，推估誤差隨著推估年數的增加略呈直線上升，與

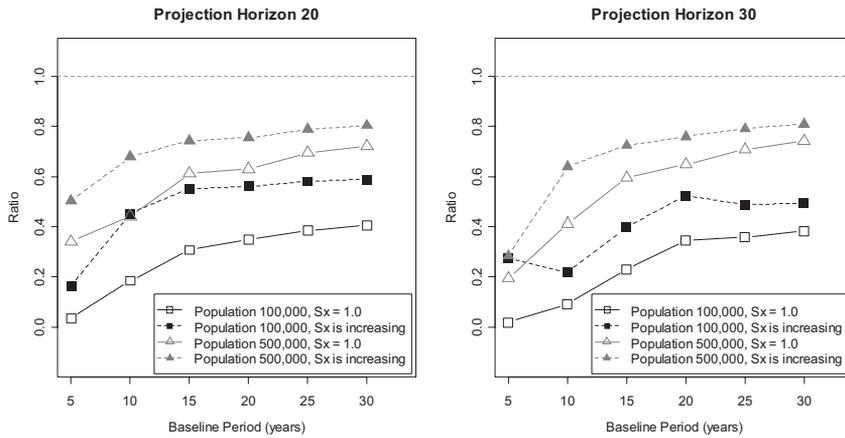


圖7 修勻後不同基底年數與原始推估誤差的MAPE比值

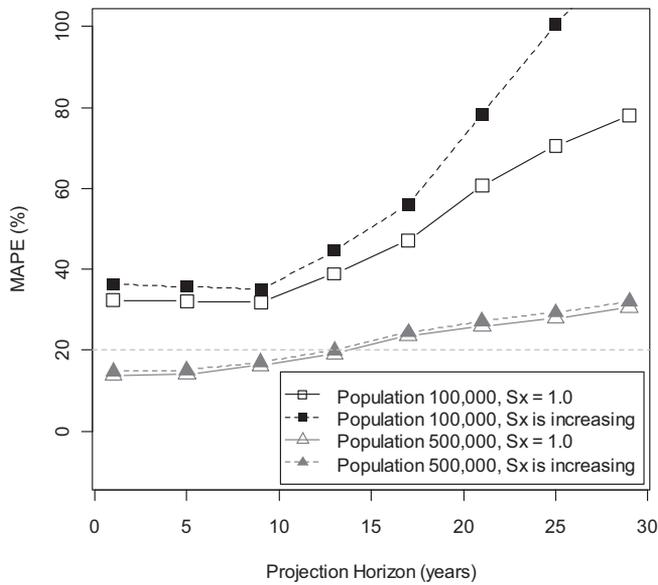


圖8 不經過修勻時推估年數與誤差MAPE比較

前述基底年數過少所造成的推估誤差比較，增加的趨勢算是較為和緩的，因此相較之下推估年數上限的設定可較有彈性；若不經過修勻，50萬人小區域推估年數需在15年以內才能有好的推估結果（MAPE

< 20%)，而10萬人小區域的推估結果則全部無法符合。圖9為使用修勻後的誤差縮減程度，10萬人小區域在 $s_x = 1.0$ 情境下使用Partial SMR可縮減誤差至原本的3到4成，使得在推估20年內可達到MAPE < 20%的要求，而在 s_x 遞增情境下使用Whittaker Ratio誤差可縮減4到6成，仍無法使誤差降到20%以內；10萬人小區域加入修勻後，推估誤差約縮減至原本的6到8成，在推估20年內可使誤差在20%以內。

根據電腦模擬結果，為了維持推估的準確度，建議小區域死亡率推估的年數盡量不要超過20年，在此限制下，選擇合適的修勻方法大部分可得到誤差20%以下的推估結果，但是當地區人數過少時則可能無法達到這個標準，據此，若小區域人數少到一定程度，推估年數就應該做比較保守的選擇，或以擴大範圍增加待分析的地區人數後再行推估，否則就有可能出現較大的誤差。

根據研究結果，小區域死亡率推估的三大問題：地區人數、資料年數與推估年數對推估誤差的影響，依照影響程度由高到低排列應

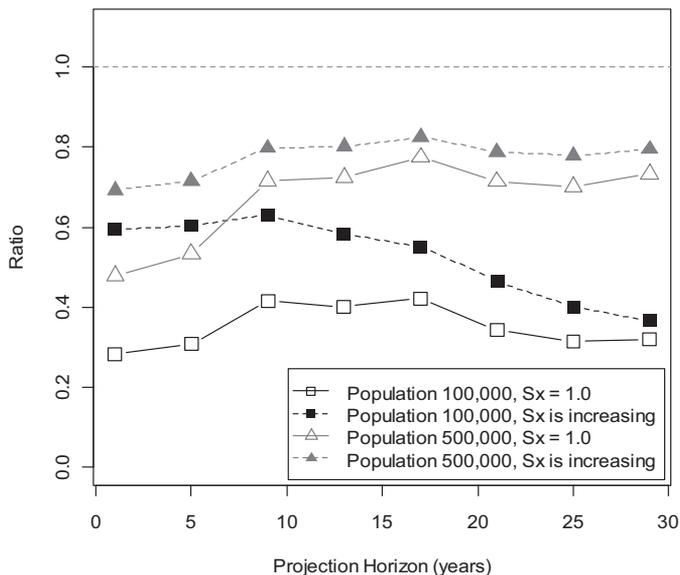


圖9 修勻後不同推估年數與原始推估誤差的MAPE比值

為：地區人數、資料年數、推估年數。地區人數的影響最大從很多面向可看出，圖3、6、8皆顯示在不加入修勻時地區人數越少誤差越大，這個狀況修勻後仍然明顯；圖6中可以得知，10萬人的小區域需要20年資料才算足夠，但50萬人的區域只需要15年；圖8顯示，10萬人的小區域的推估誤差無法縮減至20%以內，即使加入修勻，某些情況仍無法將推估誤差縮減至要求範圍。地區人數的多寡，直接影響資料的穩定性，當地區人數少到一定程度，就算推估方法如何變化也無法縮減變異到設定的範圍，也就是說「分母」的多寡對小區域推估有決定性的影響，當地區人數過少時，可能需要考慮合併區域、增加人數後再推估較為可行。

資料年數對推估誤差的影響程度，以圖6為例，在10萬人的小區域中，基底年數由15年減少為10年、10年減少為5年，誤差都是以倍數在攀升；而50萬人的小區域中，基底年數由10年減少為5年，誤差也是大幅度增加。反觀推估年數，以圖8為例，隨著推估年數增加，推估誤差雖然也逐漸上升，但就修勻後的結果來說，上升幅度不若資料年數不足來得劇烈，誤差隨著推估年數增加呈較平緩的直線上升。

根據以上分析，可以發現地區人數、資料年數與推估年數這三個小區域死亡率推估的影響因子，當屬地區人數最為重要，其次為資料年數，推估年數最末。因此推估可以用在小區域，但不是沒有極限的小，100萬、50萬層級的小區域推估還算穩定，但小至20萬、10萬以下的小區域就需要特別謹慎；再者，推估需要夠多的資料年數，依照不同人數的小區域，所需要的資料年數也不同，越小的區域所需資料年數越長，以20萬至100萬人左右的小區域來說（單一性別10萬至50萬），至少需要15年的資料；同樣的，人數較少的小區域推估年數則不宜過多，建議在20年以內以維持良好的推估品質，然而地區人數若低至20萬以下，則建議擴大範圍後再行推估。

肆、實證分析

經過前述電腦模擬，已經確定了小區域死亡率推估執行的方法，本節就實際資料驗證其可行性。研究對象選取臺東縣、臺南縣1980-2009年之人口，總人數分別約為20萬、100萬人，對應於情境模擬中假設單一性別人口10萬、50萬之小區域。¹以1980-1994年，前15年資料做為估計（training），符合資料年數最少需要15年之要求，並推估1995-2009年共15年，符合推估在20年之內之限制，與實際後15年資料（testing）比較計算推估誤差，參考之大區域為全臺灣，推估方法為區塊拔靴法，其中區塊長度選擇10。

在執行推估前先對歷史資料做分析，圖10為兩縣估計資料（1980-1994年）各年齡對臺灣之平均死亡率比值。臺南縣之死亡率比值較為一致，且平均SMR也大致在1左右（男性1.04、女性1.03），臺南縣各年齡的平均死亡率都很接近全臺灣的經驗，這也類似之前所設定的 $s_x = 1.0$ 情境，可以預期Partial SMR會對推估誤差的縮減有較大的幫助；臺東縣則呈現較不一致的狀況，圖形與 s_x 為倒V型的情境有些相似，表1的電腦模擬結果顯示這種情境下Partial SMR與Whittaker Ratio的效果差不多，在該模擬中Partial SMR的推估誤差較Whittaker Ratio低約1.5%，然而臺東縣的實際情況並不是標準的倒V型，結果可能不同，不過可以預期的是，Partial SMR的修勻效果可能不會有如同在臺南縣的表現，臺東縣男性平均SMR為1.39、女性1.37，與全臺灣相比死亡率是較高的，但高齡部分平均而言又較全臺灣來的低，呈現較不一致的狀況。

1 本文也嘗試不同人口數縣市地區的實證分析，像是澎湖縣、花蓮縣、南投縣，單一性別人數分別為5萬人、17萬人、27萬人，結果也與臺東縣、臺南縣一致，人口數多寡的影響較大。

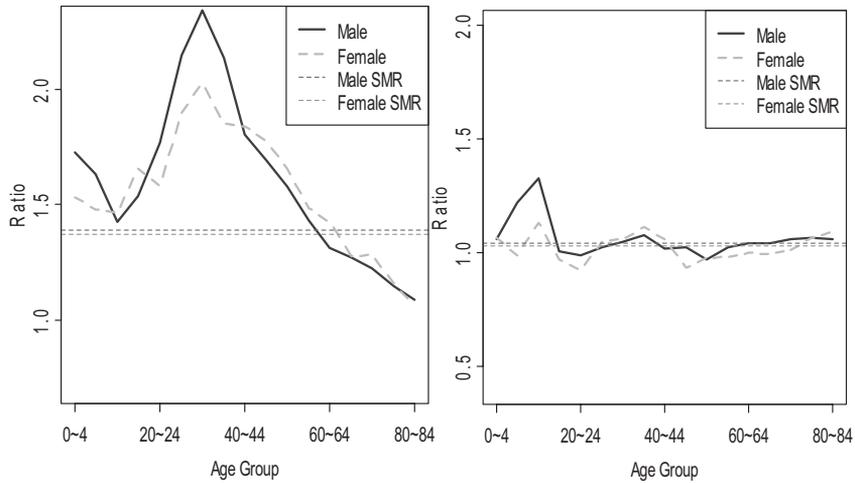


圖10 臺東縣（左圖）、臺南縣（右圖）1980-1994年各年齡對臺灣之平均死亡率比值

實證分析的結果如表2和表3，分為三階段人口與五齡組的平均誤差，其中三階段人口為0-14歲、15-64歲、65歲以上，合併年齡組後人口數較五齡組多，誤差也就相對較小。兩縣使用修勻後在三階段與五齡組死亡率皆有改進，而改進幅度較大的年齡層在於中低齡人口

表2 臺南縣MAPE

	男性死亡率			
	0-14歲	15-64歲	65歲以上	五齡組平均
未修勻	37.6	8.4	6.9	43.5
Partial SMR	24.5	5.5	5.9	26.7
Whittaker Ratio	28.8	8.7	6.6	27.8
	女性死亡率			
	0-14歲	15-64歲	65歲以上	五齡組平均
未修勻	19.1	5.1	11.7	43.9
Partial SMR	18.5	4.3	11	27.2
Whittaker Ratio	17.2	4.9	11.1	36.0

註：1. 加灰底部分，為所有方法中MAPE最小者。

2. 單位：MAPE（%）。

表3 臺東縣MAPE

	男性死亡率			
	0-14歲	15-64歲	65歲以上	五齡組平均
未修勻	50.0	22.6	18.4	70.0
Partial SMR	26.4	17.8	16.9	45.6
Whittaker Ratio	27.0	14.6	19.2	44.0
	女性死亡率			
	0-14歲	15-64歲	65歲以上	五齡組平均
未修勻	66.4	26.5	16.8	104
Partial SMR	30.6	8.9	14.8	48.4
Whittaker Ratio	31.7	16.6	14.1	57.8

註：1. 加灰底部分，為所有方法中MAPE最小者。

2. 單位：MAPE（%）。

（0-14歲、15-64歲），在良好的推估標準、MAPE小於20%的界限之下，除了低齡層以外其他年齡層在修勻後都可以達到這個標準，低齡層由於原始的推估誤差就偏大，修勻雖然已經縮減誤差至原本的6、7成，但仍然高過這個界限，而五齡組平均誤差皆超過20%，不過修勻後縮減為原始誤差的6成左右，在50%的合理界限之內。

關於修勻方法的選擇，臺南縣男性如同預期，Partial SMR的效果較佳，女性的在三階段年齡層Partial SMR不一定是較佳的辦法，但整體五齡組仍是Partial SMR較佳，無論如何，兩種修勻方法幾乎都可以達到縮減誤差的效果。臺東縣前述的死亡率比值分析較不一致，接近倒V型，在表1的模擬中可得知此種情境下兩種修勻方法的效果較為接近，果然模擬結果互有優劣，整體而言兩種修勻方法仍能有效減少誤差。

圖11與圖12為各推估年度使用修勻的誤差縮減程度，兩縣的測試中幾乎都可以縮減到原始誤差的6成左右，臺東縣人數較少，女性甚至可縮減到6成以下。而依照之前的標準，臺南縣可以使用Partial SMR、臺東縣使用Whittaker Ratio修勻，然而結果顯示並不是與預期那麼一致，先前的電腦情境模擬中假設理論值為Lee-Carter模型，也

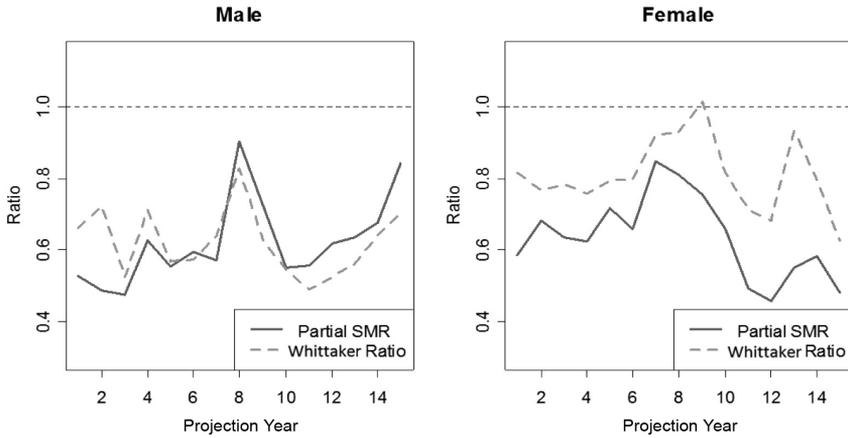


圖11 臺南縣「修勻／未修勻」推估誤差比值

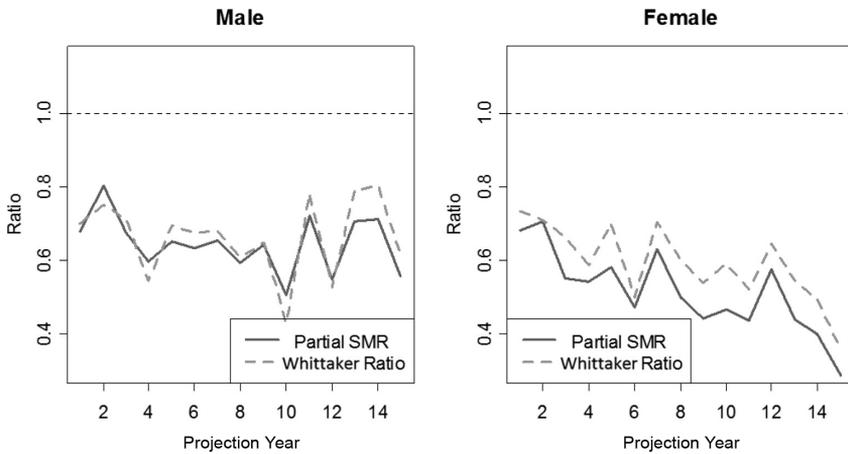


圖12 臺東縣「修勻／未修勻」推估誤差比值

就死亡率是受到年齡和時間的影響、且未來延續過去的趨勢，但在實證中影響的因子可能更多，因此往往會發生趨勢丕變的狀況，也由於這種未來的不確定性，推估更顯得困難，實證分析的誤差也較大。整體來說，本部分的以實際資料驗證的結果顯示，修勻確實是對人口死亡率推估有幫助的，而修勻對推估改進最大的年齡層大部分在低齡至中高齡人口。

綜合電腦情境模擬與實證分析之結果，加入修勻方法後地區人數仍需要100萬人左右（臺南縣或單一性別50萬人）才能有良好且穩定的推估結果，然而這是以推估達到五齡組人口的程度來說，若政府在小區域中的施政不需要詳細到五齡組的資料，而僅需三階段人口、或是總人口的推估結果，則地區人數可再減少。

伍、結論與建議

當母體的資料數量較少時，原本用在大區域的方法不見得合適，此即小區域面臨的問題，本文引進修勻（smoothing/graduation）及相關方法，著眼於提供較為穩定的小區域死亡率推估。臺灣面臨少子化、人口老化與新移民等問題，未來的政策規劃需要依賴可靠的人口推估，臺灣地區的人口推估向來由經建會負責，推估對象大多為整個臺灣，或是北、中、南、東四個區域，然而各縣市狀況不盡相同，小區域人口推估的研究至關重要，本文以臺灣的小區域死亡率進行實證研究，希冀對改善小區域的問題。

小區域推估所面臨問題大致可分為四個方向：「資料品質」、「地區人數」、「資料年數」與「推估年數」。關於資料品質的問題，建議地方政府可以仿造中央政府建立及定期更新資料庫，例如遷移資料庫，各縣市對這方面的資料較缺乏，若再細分年齡別，可使用的資料年份就更少，這對小區域死亡率推估也造成限制。地區人數、資料年數與推估年數三方面，本文提出修勻的方法來改善，修勻可有效地降低資料震盪程度，或是使資料更加平滑，而且適當的修勻並不會損失原始資料的訊息。

本文最主要的貢獻在於使用修勻與區塊拔靴法推估小區域的死亡要素，若能再應用於生育和遷移，則年輪組成推估法仍可在小區域當中執行，有助於瞭解小區域人口結構的發展。本文對臺北市信義區（信義區約為12行政區的平均人口數）與壓縮人數後的臺灣進行電腦

模擬，推估方法為區塊拔靴法，採用「估計—測試」的方法計算推估誤差；研究發現修勻除了降低資料的震盪程度之外，也能有效減少推估誤差，也就是修勻改善了小區域「地區人數」、「資料年數」與「推估年數」三方面的問題。由於推估誤差與地區人數呈反比，修勻時建議選取相關性較高的大區域做為參考，相較於小區域，大區域人口數較多、資料震盪較小，能提供小區域可靠的訊息。而在幾種修勻方法中，Partial SMR適用於各年齡死亡率比值較一致的區域，例如 $s_x = 1.0$ 情境、臺北市12行政區；Whittaker Ratio適用於各年齡死亡率比值不一致的區域，如 s_x 遞增情境；這二種方法較推薦用於小區域的資料修勻。

「資料年數」的探討，研究發現區塊長度的選擇對推估誤差有重大的影響，且人數越少的小區域需要的區塊長度就越長，這也直接影響到推估所需的資料年數，根據研究結果建議小區域的死亡率推估基底年數至少要有15年，且加入修勻的方法，相較於15年的資料，只有10年的資料會使推估誤差明顯增加，5年資料更是使推估誤差大幅升高，這種現象在人數越少的小區域會越明顯，此研究結果與Smith and Sincich（1990）類似。本文也討論區塊長度對推估誤差造成週期性震盪的問題，這種狀況在預測中位數時並不明顯，但卻會反應在預測區間之上（參考圖1-3），使用隨機化的區塊長度可改善這個問題，例如令區塊長度 B 服從離散均勻分布，然而需避免抽取到過短的區塊，否則可能使推估誤差上升。

有關「推估年數」，與資料年數類似，人數越少的小區域，在限定的誤差範圍內推估未來的年數就應該要越少。綜合來說，加入修勻的小區域死亡率推估，在推估20年內可以維持「良好」的推估品質，若小區域人數較少，則需要適當地減少推估年數以維持相同的品質。以上三種小區域的問題，地區人數影響最為重大，人數過少的小區域建議合併其他區域增加人口數後再行推估；資料年數影響順位次之，資料年數減少到一定程度會造成推估誤差急遽上升；推估年數影響較

小，誤差隨著推估年數的增加略呈較平緩的直線上升。

根據以上研究，可建立一個小區域推估的標準流程：首先蒐集至少15年的人口資料，推估年數控制在20年以下；推估時對資料進行修勻的動作，先選擇一個與小區域性質相近的大區域（如：臺北市12行政區與全臺北市），再分析各年齡死亡率比值是否一致，若差異不大則修勻方法可使用Partial SMR，不一致建議可選用Whittaker Ratio；修勻與推估的先後順序影響不大，若考慮方法使用的便利性，可先對資料進行修勻再推估。

根據本文的研究，若要求良好且穩定的推估結果，地區人數需在100萬左右，在前段提出的標準流程之下，可以得到五齡組人口三要素（出生、死亡、遷移）的推估，有助於瞭解未來人口的發展趨勢，也讓年輪組成推估法仍可適用於小區域。然而臺灣許多縣市不足100萬人，再下降到鄉鎮層級人口更少，乍看之下似乎無法適用本文提出的方法；回歸需求面，地區人數越少的小區域施政角度也與大區域不同，是否仍需五齡組的推估、是否需要透過年輪組成推估法，這些都是有討論空間的，某些小區域或許僅需三階段人口、總人口的發展趨勢，這時候推估的年齡組就可擴大，更增推估穩定性。

本文對小區域人口推估的研究主要針對死亡率，在小區域的人口三要素中，死亡率的震盪程度通常排在第二，生育率記錄年齡為女性的15-49歲，人口數較多、震盪幅度最小，因此修勻的需求較低。然而小區域人口推估的變異最大來源為遷移，礙於資料限制本文並沒有對遷移資料的處理多加著墨，後續研究若能克服資料問題，可加入不同的遷移模型來比較。例如Rogers（1995）的多區域遷移模型（multi-regional migration model），若能解決遷移的問題，勢必能大幅增加人口推估的準確度。在本文中研究的小區域皆為政府劃分的縣市或行政區，並未討論根據社會、經濟等因素分類的資料，而如何分類小區域也是相當重要的課題，Rao（2003）指出除了以不同地理位置來區分的小區域，依照社會、經濟因素分類的資料（例如：性別、

種族、疾病等)也符合小區域的特性,除了使用統計方法來區分,一些直觀的想法也常有不錯效果,例如根據郵遞區號做小區域分類的方法:PBF(Postcode Best Fit),使用在小區域人口上可使區域內的特性更加一致(Bates 2008)。

修勻的方法中,Partial SMR考慮小區域與大區域之間的關係,也就是不同資料間的關係;Whittaker Ratio考慮資料間和年齡間的關係。然而若能再多加入年代的影響,或許能在修勻時提供更多資訊;Partial SMR高度依賴SMR的準確性,但實務上與小區域非常相似的大區域可能很難找到、甚至不存在,也可考慮加入年齡與年代間的影響,例如在年齡與年代差距越遠、死亡率比值差異越大時加入懲罰項做為新增的調整權數。

這些在小區域推估中所使用的修正方法,旨在消除資料不足、人口數過少所造成的誤差,雖然本文只以Lee-Carter隨機死亡模型驗證修勻方法,但這些修正方法也適用於其他死亡率模型、或人口推估,其精神可推廣於其他領域,例如Ugarte et al.(2009)結合修勻來推估西班牙小區域的房價。各領域的小區域資料修正方法及效果,則有待後續研究來驗證。

謝誌

本文作者感謝兩位匿名評審的寶貴建議,更感謝國科會對本文在研究進行與撰寫時的補助(補助計畫編號NSC 99-2410-H-004-064-MY2)。

參考文獻

- 余清祥 (1997) 修勻：統計在保險的應用。臺北：雙葉書廊。
- 郭孟坤、余清祥 (2008) 電腦模擬、隨機方法與人口推估的實證研究。人口學刊，36: 67-98。
- 陳政勳、余清祥 (2010) 小區域人口推估研究：臺北市、雲嘉兩縣、澎湖縣的實證分析。人口學刊，41: 153-183。
- Bates, A. 2008. "The Development of a 'Postcode Best Fit' Methodology for Producing Population Estimates for Different Geographies." *Population Trends* 133: 28-34.
- Cannan, E. 1895. "The Probability of a Cessation of the Growth of Population in England and Wales During the Next Century." *The Economic Journal* 5(20): 505-515.
- Cohen, J. E. 1986. "Population Forecasts and Confidence Intervals for Sweden: A Comparison of Model-Based and Empirical Approaches." *Demography* 23(1): 105-126
- Copas, J. B. and S. Haberman. 1983. "Non-Parametric Graduation Using Kernel Methods." *Journal of the Institute of Actuaries* 110: 135-156.
- Denton, F. T., C. H. Feaver, and B. G. Spencer. 2005. "Time Series Analysis and Stochastic Forecasting: An Econometric Study of Mortality and Life Expectancy." *Journal of Population Economics* 18(2): 203-227.
- Efron, B. 1979. "Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife." *The Annals of Statistics* 7(1): 1-26.
- Gompertz, B. 1825. "On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies." *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 115: 513-585.

- Hall, P. 1985. "Resampling a Coverage Pattern." *Stochastic Processes and Their Applications* 20(2): 231-246.
- Henderson, R. 1924. "A New Method of Graduation." *Transactions of the Actuarial Society of America* 25: 29-40.
- Henderson, R. 1925. "Further Remarks on Graduation." *Transactions of the Actuarial Society of America* 26: 52-57.
- Hyndman, R. J., H. Booth, and F. Yasmeen. 2011. "Coherent Mortality Forecasting: The Product-Ratio Method with Functional Time Series Models." Working Paper. <http://www.buseco.monash.edu.au/ebs/pubs/wpapers/2011/wp1-11.pdf> (Date visited: May 1, 2012).
- Künsch, H. R. 1989. "The Jackknife and the Bootstrap for General Stationary Observations." *The Annals of Statistics* 17(3): 1217-1241.
- Lee, R. D. and L. R. Carter. 1992. "Modeling and Forecasting U.S. Mortality." *Journal of the American Statistical Association* 87(419): 659-671.
- Lee, W. C. 2003. "A Partial SMR Approach to Smoothing Age-Specific Rates." *Annals of Epidemiology* 13(2): 89-99.
- Lewis, C. D. 1982. *Industrial and Business Forecasting Methods: A Practical Guide to Exponential Smoothing and Curve Fitting*. London: Butterworth Scientific.
- Rao, J. N. K. 2003. *Small Area Estimation*. New Jersey: Wiley.
- Ramlau-Hansen, H. 1983. "The Choice of a Kernel Function in the Graduation of Counting Process Intensities." *Scandinavian Actuarial Journal* 1983(3): 165-182.
- Rogers, A. 1995. *Multiregional Demography: Principles, Methods and Extensions*. London: Wiley.
- Smith, S. K. 1987. "Tests of Forecast Accuracy and Bias for County Population Projection." *Journal of the American Statistical Association* 82(400): 991-1003.

- Smith, S. K. and T. Sincich. 1990. "The Relationship Between the Length of the Base Period and Population Forecast Errors." *Journal of the American Statistical Association* 85(410): 367-375.
- Ugarte, M. D., T. Goicoa, A. F. Militino, and M. Durbán. 2009. "Spline Smoothing in Small Area Trend Estimation and Forecasting." *Computational Statistics & Data Analysis* 53(10): 3616-3629.
- Whittaker, E. T. 1922. "On a New Method of Graduation." *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society* 41: 63-75.
- Yue, C. J. 2002. "Oldest-Old Mortality Rates and the Gompertz Law: A Theoretical and Empirical Study Based on Four Countries." *Journal of Population Studies* 24: 33-58.

A Simulation Study of Small Area Mortality Projection

Hsin Chung Wang* Shuoh Jin** Jack C. Yue***

Abstract

The population size plays a very important role in statistical estimation, and it is difficult to derive a reliable estimate for small areas. The estimation is even more difficult if the geographic and social attributes within the small areas vary widely. However, although population aging is a common phenomenon globally, the problem is not the same for different countries. The aim of this study is to explore the mortality projection for small areas, with the consideration of the small area's distinguishing characteristics.

In addition to data quality, the difficulties for small area population and mortality projection are threefold: population size, number of base years, and projection horizon. Smoothing methods can be applied to improve the stability and accuracy of small area estimation. In this study, the block bootstrap and smoothing methods are combined to project the mortality of small areas in Taiwan, using the cohort component method.

We found that the smoothing methods can reduce the fluctuation of estimates and projections in general, and the improvement is especially noticeable for areas with smaller population sizes. To obtain a reliable mortality projection for small areas, we suggest using at least fifteen years

* Assistant Professor, Department of Statistics & Actuarial Science, Aletheia University.
E-mail: au4369@mail.au.edu.tw

** M.A., Department of Statistics, National Chengchi University.
E-mail: 98354025@nccu.edu.tw

*** Professor, Department of Statistics, National Chengchi University.
E-mail: csyue@nccu.edu.tw

Received: December 12, 2011; accepted: May 15, 2012.

of historical data for projection and a projection horizon of not more than twenty years. Also, the population size has a bigger influence than the discrepancy of mortality rates between small and large areas.

Keywords: small area mortality projection, population aging, smoothing methods, standard mortality ratio, computer simulation